

– Т.П. – Кн. Д. – С.6-16.

3.Бабушкин В.И., Мокрицкая Л.П., Новикова С.П., Зинов В.Г. Исследование физико-химических процессов гидратации и твердения расширяющихся цементов // VI междунар. конгресс по химии цемента. Т.III. – М.: Стройиздат, 1976. – С.187-189.

4.Бабушкин В.И., Новикова С.П. О роли коллоидно-химических явлений в объемных изменениях цементного камня и бетона // Технология, структура и свойства гидротехнических бетонов для водохозяйственного строительства: Тр. ВНИИВодгео. – М., 1973. – С.133-144.

*Получено 21.04.2011*

УДК 624.012.35 : 624.072.221

Д.В.КОЧКАРЬОВ, В.І.БАБИЧ, кандидати техн. наук

*Національний університет водного господарства та природокористування, м.Рівне*

### **ДЕФОРМАЦІЇ ТА НАПРУГИ У БЕТОНІ БЕТОННИХ І ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА ОСЬОВОГО СТИСКУ**

Розглянуто визначення функцій напруг у бетоні бетонних і залізобетонних елементів за осьового стиску на основі гіпотези лінійності жорсткості перерізів відносно рівня напруг.

Рассмотрено определение функций напряжений в бетоне бетонных и железобетонных элементов при осевом сжатии, используя гипотезу линейности жесткости сечений относительно уровня нагрузки.

Determination of functions of tensions is considered in the concrete of reinforced-concrete elements at an axial compression, using the hypothesis of linearity of inflexibility in relation to the level of loading.

*Ключові слова:* жорсткість, функція напруг у бетоні залізобетонних елементів, осьовий стиск.

Для розрахунків залізобетонних конструкцій та елементів і їх перерізів на основі нелінійної деформаційної моделі у рівняннях рівноваги зусиль використовують деформаційні характеристики матеріалів, отримані з урахуванням висхідної та низхідної віток деформування бетону, функції напруг у бетоні залежно від деформацій та гіпотезу лінійності деформацій матеріалів по висоті перерізу елементів. Випробування стандартних зразків за діючим стандартом [1], у так званому «м'якому» режимі, не дає можливості отримати низхідну вітку деформування бетону, а отже і всі необхідні характеристики бетону. Тому використовують «жорсткий» режим випробування призм у спеціальних пресах, гідравлічних установках за методиками, розробленими кожним дослідником окремо. За відсутності єдиного нормативного документу результати таких випробувань, отримані для одного і того ж бетону різними дослідниками, часто відрізняються на 30-70%.

Для описання залежності  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  запропоновано велику кількість функцій простих і складних, поліноміальних і гіперболічних,

степеневих і показникових тощо. Вони по-різному описують експериментальні дані, але мають єдиний недолік – всі емпіричні.

Розраховуючи елементи та конструкції, проектувальник повинен мати характеристики матеріалів, які точно відображають їх роботу за умови нелінійного деформування. Для цього потрібен стандарт, який регламентуватиме правила отримання міцносних і деформативних характеристик. А от функцію напруг проектувальник повинен вибирати довільною, але вона має відповідати певним умовам роботи та конструюванню залізобетонних елементів. Прийнята функція напруг буде визначати складність розрахункового апарату.

В роботі [2] описано спосіб отримання деформативних і міцносних характеристик бетону за умови нелінійного деформування шляхом випробування стандартних зразків за ГОСТ 10180-90 [1]. Спосіб простий, не потребує спеціального устаткування, дає результати, які добре корелюються із експериментальними даними. Доцільно на його базі створити стандарт з отримання міцносних і деформативних характеристик для розрахунку елементів і їх перерізів з урахуванням нелінійної деформаційної моделі.

Описанню залежності  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  присвячено багато робіт. Вони відомі, нема потреби їх перелічувати. Пропоновані функції заслуговують на увагу, в тій чи іншій мірі з достатньою точністю описують експериментальні дані авторів, але не дають цілісного уявлення про закономірності зв'язків між параметрами матеріалів, що входять до складу елементів.

У даній статті спробуємо теоретичним шляхом отримати функції напруг у бетоні бетонних і залізобетонних центрально-стиснутих елементів. Чисельні експериментальні дані, отримані різними дослідниками для осьового стиску, підтверджують лінійну залежність жорсткості перерізів бетонних і залізобетонних елементів від рівня навантаження. Сформулюємо це як гіпотезу лінійності жорсткості та на її основі розглянемо роботу бетону у центрально-стиснутих бетонних і залізобетонних зразках.

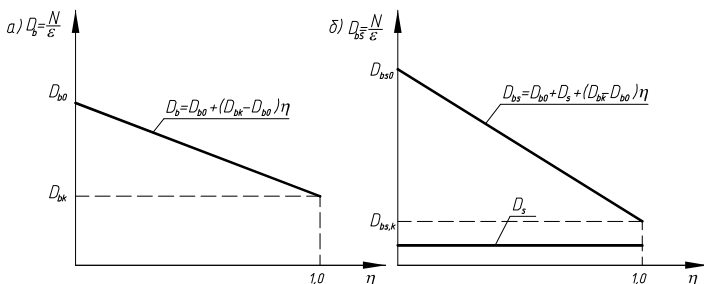
*Бетонні елементи.* Позначимо жорсткість перерізу бетонного зразка за осьового стиску через  $D_b$  і запишемо його значення

$$D_b = EA = \frac{\sigma_b}{\varepsilon} A = \frac{N}{\varepsilon}. \quad (1)$$

Приймаючи лінійну залежність жорсткості, запишемо її вираз, користуючись рисунком, а,

$$D_b = D_{b0} + (D_{bk} - D_{b0})\eta, \quad (2)$$

де  $D_b$  – жорсткість перерізу бетонного елемента;  $D_{b0}$  – початкова жорсткість;  $D_{bk}$  – кінцева жорсткість;  $\eta$  – рівень навантаження,  $\eta = N/N_u$ .



Зміна жорсткості центрально-стиснутого елемента:  
а – бетонного; б – залізобетонного.

Зусилля, яке сприймає бетонний елемент за осьового стиску  $N = \sigma_b A$ , а несуча здатність такого елемента  $N_u = R_b A$ . Отже, рівень навантаження

$$\eta = \frac{N}{N_u} = \frac{\sigma_b}{R_b}. \quad (3)$$

Враховуючи (1) і (3), формулу (2) запишемо у вигляді:

$$\sigma_b = \frac{D_{b0}}{A} \varepsilon - \frac{D_{b0}}{A} \frac{\sigma_b}{R_b} \varepsilon + \frac{D_{bk}}{A} \frac{\sigma_b}{R_b} \varepsilon. \quad (4)$$

Звідси обчислюємо напруги в бетоні

$$\sigma_b = \frac{\frac{D_{b0}}{A} \varepsilon}{1 + \frac{D_{b0}}{AR_b} \varepsilon - \frac{D_{bk}}{AR_b} \varepsilon}. \quad (5)$$

Значення жорсткості перерізу при  $\varepsilon = 0$ , тобто перед завантаженням, буде визначатись початковим модулем деформацій бетону та площею перерізу

$$D_{b0} = E_b A, \quad (6)$$

а кінцева жорсткість

$$D_{bk} = \frac{N_u}{\varepsilon_{bR}^*} = \frac{R_b A}{\varepsilon_{bR}^*}, \quad (7)$$

де  $\varepsilon_{bR}^*$  – деформації бетону при досягненні напруг у ньому, рівних  $R_b$ ,

за «м'якого» режиму випробування бетонних зразків.

З урахуванням (6) і (7) формула (5) набуває вигляду:

$$\sigma_b = \frac{E_b \varepsilon}{1 + \frac{E_b}{R_b} \varepsilon - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{bR}^*}}. \quad (8)$$

Вираз (8) є формулою Макаренка-Фенка [3], отриманою для визначення напруг у бетоні центрально-стиснутих призм. Вона має високу надійність і підтверджена великою кількістю випробувань бетонних призм за осьового стиску. Ці результати непрямым чином підтверджують справедливості гіпотези лінійності жорсткості, на основі якої була отримана формула (8).

Вираз (8) не має екстремуму, а отже, за «м'якого» (природного) режиму випробування призм не можна отримати низхідної вітки діаграми  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ . Будь-які формули, в яких наявна низхідна вітка у діаграмі деформування бетону, до роботи та розрахунку реальних бетонних елементів у будівлях і спорудах не мають ніякого відношення. Вони отримані на лабораторних бетонних елементах шляхом спеціальних випробувань, не маючи єдиної методологічної бази. Не дивно, що значення деформативних характеристик бетону в різних дослідників відрізняється і часто суттєво.

*Залізобетонні елементи.* Наявність арматури у бетонному елементі приводить до зміни характеру деформування його під навантаженням і зміни деформативних характеристик бетону у порівнянні з бетонним. Наприклад, змінюються властивості цементно-піщаного каменю із введенням у розчин крупного заповнювача і чим більша доля заповнювача, тим сильніша зміна.

На основі гіпотези лінійності жорсткості запишемо рівняння жорсткості перерізу залізобетонного стержня за осьового стиску (рисунок, б)

$$D_{bs} = D_{b0} + D_s + (D_{bk} - D_{b0}) \frac{N}{N_u}, \quad (9)$$

де  $D_{bs}$  – жорсткість перерізу бетонного елемента, армованого сталлю;  
 $D_s$  – жорсткість перерізу сталі.

Для спрощення подальших викладок приймемо

$$P = D_{b0} + D_s; \quad V = \frac{(D_{bk} - D_{b0})}{N_u}. \quad (10)$$

Тоді формула (9) набуває вигляду:

$$D_{bs} = \frac{N}{\varepsilon} = P + VN. \quad (11)$$

Звідки

$$N = \frac{P}{\frac{1}{\varepsilon} - V}. \quad (12)$$

Поздовжню силу, яку сприймає залізобетонний елемент за осьового стиску, обчислюємо за формулою

$$N = \sigma_{bs} A_b + \mu E_s \varepsilon, \quad (13)$$

де  $\sigma_{bs}$  – напруга у бетоні армованого стержня.

Враховуючи (12) і (13), запишемо

$$\sigma_{bs} = \frac{P\varepsilon}{1 - V\varepsilon} \frac{1}{A_b} - \mu E_s \varepsilon. \quad (14)$$

Встановимо значення  $P$  і  $V$ . Початкову жорсткість перерізу залізобетонного елемента при  $\varepsilon = 0$  запишемо у вигляді:

$$P = D_{b0} + D_s = (E_b + \mu E_s) A_b, \quad (15)$$

а для визначення  $V$  прийемо до уваги, що при  $\sigma_{bs} = R_b$  деформації бетону залізобетонного стержня  $\varepsilon = \varepsilon_{bRs}$ , при яких функція (14) досягає екстремуму. Враховуючи це, отримаємо

$$V = \frac{1}{\varepsilon_{bR}} - \frac{P}{R_b + \mu E_s \varepsilon_{bR}} \frac{1}{A_b}. \quad (16)$$

Підставивши вирази (15) і (16) у формулу (14), отримаємо функцію напруг у бетоні залізобетонного елемента

$$\sigma_{bs} = \frac{(E_b + \mu E_s) \varepsilon}{1 + \frac{E_b + \mu E_s}{R_b + \mu E_s \varepsilon_{bRs}} \varepsilon - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{bRs}}} - \mu E_s \varepsilon. \quad (17)$$

При відсутності арматури  $\mu = 0$ ,  $\varepsilon_{bRs} = \varepsilon_{bR}^*$  формула перетворюється у формулу Макаренка-Фенка (8). Як видно з виразу (17), за наявності арматури у центрально-стиснутому елементі, за певних умов, у діаграмі деформування бетону  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  можлива поява низхідної вітки. Для визначення граничних деформацій бетону  $\varepsilon_{bRs}$  дослідимо функцію (17) на екстремум

$$\frac{d\sigma_{bs}(\varepsilon)}{d\varepsilon} = 0 \text{ при } \varepsilon = \varepsilon_{bRs}. \quad (18)$$

Провівши нескладні обчислення та перетворення, одержимо

$$\varepsilon_{bRs} = \frac{R_b}{E_b} \frac{1}{\alpha\mu \left( \sqrt{\frac{1}{\alpha\mu} + 1} - 1 \right)}. \quad (19)$$

Як видно з формули (19), значення  $\varepsilon_{bRs}$  залежить від вмісту арматури у перерізі елемента – чим більше арматури, тим менше значення  $\varepsilon_{bRs}$ . При цьому слід мати на увазі, що граничні деформації бетону залізобетонного елемента  $\varepsilon_{bRs}$  не можуть бути більшими за граничні деформації бетону бетонного елемента  $\varepsilon_{bR}$ . Тому за умови  $\varepsilon_{bRs} = \varepsilon_{bR}$  з формули (19) після нескладних перетворень одержимо значення мінімального процента армування, за якого може застосовуватись формула (17)

$$\mu_{\text{lim}} = \frac{R_b}{E_b \varepsilon_{bR} \left( \frac{E_b \varepsilon_{bR}}{R_b} - 2 \right)}. \quad (20)$$

Підставивши значення  $\mu_{\text{lim}}$  замість  $\mu$  у формулу (17), отримаємо загальновідому формулу Єврокоду [5]

$$\sigma_b = \frac{E_b \varepsilon - R_b \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{bR}} \right)^2}{1 + \left( \frac{E_b \varepsilon_{bR}}{R_b} - 2 \right) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{bR}}}. \quad (21)$$

Для обчислення напруг у бетоні бетонних і залізобетонних елементів за осьового стиску отримано формули (8), (17), (21). Застосування двох останніх диктується насиченістю стиснутого бетону арматурою. Маючи міцності та деформативні характеристики бетону і арматури, за формулою (20) обчислюють граничні проценти армування  $\mu_{\text{lim}}$ . За умови, що  $\varepsilon_{bR} = 200 \times 10^{-5}$ , значення  $\mu_{\text{lim}}$  наведено в таблиці.

Використовуючи ці дані, чітко визначаються умови та межі використання трьох наведених формул:

1) у розрахунках бетонних елементів за осьового та позациентрового стиску застосовують формулу (8);

2) напруги у бетоні згинальних залізобетонних елементів з одиничним армуванням незалежно від відсотку розтягнутої арматури описують формулою (21);

3) в центрально-, позацентрово стиснутих і позацентрово розтягнутих залізобетонних елементах і згинальних елементах з подвійною арматурою за наявності стиснутої арматури менше  $\mu_{\text{lim}}$ , наведених у таблиці, застосовують формулу (21), в іншому випадку – формулу (17). При цьому  $\mu_{\text{lim}}$  слід обчислювати за площею арматури та бетону стиснутої зони.

Граничне значення  $\mu_{\text{lim}}$  для центрально-стиснутих залізобетонних елементів\*

№ п/п	Клас бетону В	Розрахунковий опір бетону на стиск $R_b$ , МПа	Модуль пружності бетону $E_b \times 10^{-3}$ , МПа	Граничний процент армування $\mu_{\text{lim}}$ , %
1	2	3	4	6
1	B12,5	7,5	21,0	0,52
2	B15	8,5	23,0	0,62
3	B20	11,5	27,0	1,07
4	B25	14,5	30,0	1,70
5	B30	17,0	32,5	2,33
6	B35	19,5	34,5	3,17
7	B40	22,0	36,0	4,32
8	B45	25,0	35,5	6,25
9	B50	27,5	39,0	8,22

\* розрахунки проведено для модуля пружності арматури  $E_s = 2,0 \times 10^5$  МПа.

Приймаючи гіпотезу лінійності жорсткості, можна обчислювати модуль деформацій бетону на будь-якому рівні навантаження за експериментальними даними випробування зразка

$$E_{bi} = \frac{N_i}{A_b \varepsilon_i} - \mu E_s, \quad (22)$$

де  $N_i$ ,  $\varepsilon_i$  – навантаження та відносні деформації бетону на  $i$ -му рівні завантаження.

На основі гіпотези лінійності жорсткості перерізів отримано формули для обчислення напруг у бетоні бетонних (8) і залізобетонних (17), (21) елементів і визначено умови їх застосування.

Для проектування залізобетонних елементів приймають значення  $\varepsilon_{bR} = 200 \times 10^{-5}$ . Для оброблення результатів експериментів значення  $\varepsilon_{bR}$  визначають шляхом випробування контрольних зразків за спеціальною методикою. Настав час розробити та прийняти стандарт таких

випробувань. Одним із варіантів стандартної методики може бути випробування зразків за ГОСТ 10180-90 [1] з використанням при обробленні отриманих даних формули (21), що викладено в роботі [2].

1. ГОСТ 10180-90. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 1990. – 45 с.

2. Кочарьов Д.В., Бабич В.І. Побудова повних діаграм деформування бетону за результатами випробування призм стандартним способом // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип.38. – Одеса: ОДАБА, 2010. – С. 365-373.

3. Макаренко Л.П. Практический способ определения модуля упругости и упруго-пластических характеристик бетона при сжатии / Л.П. Макаренко, Г.А. Фенко // Изв. вузов. стр-во и архитектура. – 1970. – №10. – С.141-147.

4. EN 1992-1:2001 (Final Draft, April, 2002) Eurocode-2: Desing of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building. – Brussels-2002, Oktober. – 230 p.

*Отримано 22.04.2011*

УДК 624.073.11

Э.Д.ЧИХЛАДЗЕ, д-р техн. наук, С.В.БЕРЕСТЯНСКАЯ, канд. техн. наук,  
А.А.ШЕВЧЕНКО, А.А.ПЕТРУШЕВСКАЯ

*Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, г.Харьков*

## **ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИНОК**

Рассматривается методика определения положения нейтральной оси с учетом напряжений в бетоне и стальном листе, работа стального листа за пределом упругости, а также влияние податливости связей сдвига.

Розглянуто методику визначення положення нейтральної осі з урахуванням напружень в бетоні та сталевому листі, робота сталі за межею пружності, а також вплив податливості зв'язків зсуву.

In the article the technique of determining the position of neutral axis with allowance for the stress in the concrete and steel sheet, steel plate work beyond the limit of elasticity and pliability of the same effect relationships shift.

*Ключевые слова:* сталебетонная плита, нейтральная ось, податливость контакта.

Современные требования проектирования и строительства требуют разработки и математического аппарата для расчета конструкций с учетом композитности материалов.

На данный момент затруднительно в полной мере рассчитать конструкцию с учетом податливости контакта стального листа с бетоном, а также еще сложнее учесть работу стального листа за пределом упругости.

Анализ полной системы уравнений, определяющей напряженно-деформированное состояние элемента поперечно нагруженной тонкой сталебетонной плиты, приведен в [1-7].